Ens. : TEACHER NAME
EXAM NAME - MAN
DATE
Durée : XXX minutes

1

Student One

SCIPER : **111111**

Do not turn the page before the start of the exam. This document is double-sided, has 12 pages, the last ones possibly blank. Do not unstaple.

- Place your student card on your table.
- **No other paper materials** are allowed to be used during the exam.
- Using a **calculator** or any electronic device is not permitted during the exam.
- For the **multiple choice** questions, we give :
  +3 points if your answer is correct,
  0 points if you give no answer or more than one,
  −1 points if your answer is incorrect.
- For the **true/false** questions, we give :
  +1 points if your answer is correct,
  0 points if you give no answer or more than one,
  −1 points if your answer is incorrect.
- Use a **black or dark blue ballpen** and clearly erase with **correction fluid** if necessary.
- If a question is wrong, the teacher may decide to nullify it.

Respectez les consignes suivantes | Observe this guidelines | Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien

choisir une réponse | select an answer
Antwort auswählen

ne PAS choisir une réponse | NOT select an answer
NICHT Antwort auswählen

Corriger une réponse | Correct an answer
Antwort korrigieren

ce qu'il ne faut **PAS** faire | what should **NOT** be done | was man **NICHT** tun sollte

Pour votre examen, imprimez de préférence les documents compilés à l'aide de auto-multiple-choice.

First part: multiple choice questions

For each question, mark the box corresponding to the correct answer. Each question has **exactly one** correct answer.

Question 1 Soit le sous-ensemble $E \subset \mathbb{R}$ défini par $E = \left\{ 2\left(1+\frac{1}{n}\right)^n : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$.

Alors

- [ ] E est fermé
- [ ] le minimum de E est 2
- [x] 10 est un majorant de E
- [x] 10 est un majorant de E
- [ ] le supremum de E appartient à E

Question 2 L'équation $z^{-1} = \overline{z}$, où $\overline{z}$ est le complexe conjugué de z, admet

- [x] une infinité de solutions dans $\mathbb{C}$
- [ ] exactement une solution dans $\mathbb{C}$
- [ ] aucune solution dans $\mathbb{C}$
- [ ] exactement deux solutions dans $\mathbb{C}$

Question 3 Soit le sous-ensemble $E \subset \mathbb{R}$ défini par $E = \left\{ 2\left(1+\frac{1}{n}\right)^n : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$.

Alors

- [x] 10 est un majorant de E
- [ ] E est fermé
- [ ] le minimum de E est 2
- [ ] le supremum de E appartient à E

Second part: true/false questions

For each question, mark the box (without erasing) TRUE if the statement is **always true** and the box FALSE if it is **not always true** (i.e., it is sometimes false).

Question 4 Soient $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ et $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ deux fonctions définies sur tout $\mathbb{R}$. Si $f \circ g$ est injective, alors g est injective.

■ VRAI ☐ FAUX

Question 5 Soit A un sous-ensemble borné et non vide de $\mathbb{R}$.
Alors $\inf A \in A$ et $\sup A \in A$.

☐ VRAI ■ FAUX

Troisème partie, questions de type ouvert

Répondre dans l'espace dédié. Votre réponse doit être soigneusement justifiée, toutes les étapes de votre raisonnement doivent figurer dans votre réponse. Laisser libres les cases à cocher : elles sont réservées au correcteur.

Question 7: *Cette question est notée sur 5 points.*

Soit $\Psi : \mathbb{R}_3[x] \to \mathbb{R}_3[x]$ l'application définie par

$$\Psi(p)(x) = (x-1)p'(x).$$

1. Montrer que Ψ est linéaire. (1 pt)
2. Calculer la matrice $[\Psi]_{E,E}$ de Ψ par rapport à la base canonique $E = (1, x, x^2, x^3)$. (2 pts)
3. Calculer le rang de Ψ. (2 pt)

Question 8: *Cette question est notée sur 6 points.*

Soient V un K-espace vectoriel de dimension finie, et X, Y deux sous-espaces vectoriels de V tels que $\dim(X) \geq \dim(Y)$. Montrer qu'il existe une application linéaire $T : V \to V$ telle que $T(X) = Y$.

Question 9: *Cette question est notée sur 6 points.*

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ■6

Soit $\alpha \in \mathbb{C}$.

1. Trouver la formule explicite pour les éléments de la matrice $A_n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n$, où $n \geq 1$ est un entier. Montrer la formule par réccurence.
2. On pose $\alpha = 1 + \mathrm{i}$. Calculer α^{99} et α^{100}.
3. Calculer $\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & 1 \\ 0 & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix}^{100}$.

Question 10: *Cette question est notée sur 10 points.*

$\square$ 0 $\square$ .5 $\square$ 1 $\square$ .5 $\square$ 2 $\square$ .5 $\square$ 3 $\square$ .5 $\square$ 4 $\square$ .5 $\square$ 5
$\square$ .5 $\square$ 6 $\square$ .5 $\square$ 7 $\square$ .5 $\square$ 8 $\square$ .5 $\square$ 9 $\square$ .5 $\blacksquare$ 10

Soit $\alpha \in \mathbb{C}$.

1. Trouver la formule explicite pour les éléments de la matrice $A_n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n$, où $n \geq 1$ est un entier. Montrer la formule par réccurence.
2. On pose $\alpha = 1 + \mathrm{i}$. Calculer α^{99} et α^{100}.
3. Calculer $\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & 1 \\ 0 & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix}^{100}$.

Question 11: *Cette question est notée sur 20 points.*

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10
☐11 ☐12 ☐13 ☐14 ☐15 ☐16 ☐17 ☐18 ☐19 ■20

Soit $\alpha \in \mathbb{C}$.

1. Trouver la formule explicite pour les éléments de la matrice $A_n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n$, où $n \geq 1$ est un entier. Montrer la formule par réccurence.
2. On pose $\alpha = 1 + \mathrm{i}$. Calculer α^{99} et α^{100}.
3. Calculer $\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & 1 \\ 0 & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix}^{100}$.

Ens. : TEACHER NAME
EXAM NAME - MAN
DATE
Durée : XXX minutes

2

Student Two

SCIPER : **222222**

Do not turn the page before the start of the exam. This document is double-sided, has 12 pages, the last ones possibly blank. Do not unstaple.

- Place your student card on your table.
- **No other paper materials** are allowed to be used during the exam.
- Using a **calculator** or any electronic device is not permitted during the exam.
- For the **multiple choice** questions, we give :
  $+3$ points if your answer is correct,
  0 points if you give no answer or more than one,
  -1 points if your answer is incorrect.
- For the **true/false** questions, we give :
  $+1$ points if your answer is correct,
  0 points if you give no answer or more than one,
  -1 points if your answer is incorrect.
- Use a **black or dark blue ballpen** and clearly erase with **correction fluid** if necessary.
- If a question is wrong, the teacher may decide to nullify it.

Respectez les consignes suivantes | Observe this guidelines | Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien

choisir une réponse | select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse | NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse | Correct an answer Antwort korrigieren

ce qu'il ne faut **PAS** faire | what should **NOT** be done | was man **NICHT** tun sollte

Pour votre examen, imprimez de préférence les documents compilés à l'aide de auto-multiple-choice.

First part: multiple choice questions

For each question, mark the box corresponding to the correct answer. Each question has **exactly one** correct answer.

Question 1 L'équation $z^{-1} = \overline{z}$, où $\overline{z}$ est le complexe conjugué de z, admet

- [ ] exactement deux solutions dans $\mathbb{C}$
- [ ] aucune solution dans $\mathbb{C}$
- [ ] exactement une solution dans $\mathbb{C}$
- [x] une infinité de solutions dans $\mathbb{C}$

Question 2 Soit le sous-ensemble $E \subset \mathbb{R}$ défini par $E = \left\{ 2\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$.

Alors

- [ ] le supremum de E appartient à E
- [ ] E est fermé
- [x] 10 est un majorant de E
- [x] 10 est un majorant de E
- [ ] le minimum de E est 2

Question 3 Soit le sous-ensemble $E \subset \mathbb{R}$ défini par $E = \left\{ 2\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$.

Alors

- [ ] E est fermé
- [x] 10 est un majorant de E
- [ ] le minimum de E est 2
- [ ] le supremum de E appartient à E

Second part: true/false questions

For each question, mark the box (without erasing) TRUE if the statement is **always true** and the box FALSE if it is **not always true** (i.e., it is sometimes false).

Question 4 Soit A un sous-ensemble borné et non vide de $\mathbb{R}$.
Alors $\inf A \in A$ et $\sup A \in A$.

☐ VRAI ■ FAUX

Question 5 Soient $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ et $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ deux fonctions définies sur tout $\mathbb{R}$. Si $f \circ g$ est injective, alors g est injective.

■ VRAI ☐ FAUX

Troisème partie, questions de type ouvert

Répondre dans l'espace dédié. Votre réponse doit être soigneusement justifiée, toutes les étapes de votre raisonnement doivent figurer dans votre réponse. Laisser libres les cases à cocher : elles sont réservées au correcteur.

Question 7: *Cette question est notée sur 5 points.*

Soit $\Psi : \mathbb{R}_3[x] \to \mathbb{R}_3[x]$ l'application définie par

$$\Psi(p)(x) = (x-1)p'(x).$$

1. Montrer que Ψ est linéaire. (1 pt)
2. Calculer la matrice $[\Psi]_{E,E}$ de Ψ par rapport à la base canonique $E = (1, x, x^2, x^3)$. (2 pts)
3. Calculer le rang de Ψ. (2 pt)

Question 8: *Cette question est notée sur 6 points.*

Soient V un K-espace vectoriel de dimension finie, et X, Y deux sous-espaces vectoriels de V tels que $\dim(X) \geq \dim(Y)$. Montrer qu'il existe une application linéaire $T : V \to V$ telle que $T(X) = Y$.

Question 9: *Cette question est notée sur 6 points.*

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ■6

Soit $\alpha \in \mathbb{C}$.

1. Trouver la formule explicite pour les éléments de la matrice $A_n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n$, où $n \geq 1$ est un entier. Montrer la formule par réccurence.
2. On pose $\alpha = 1 + \mathrm{i}$. Calculer α^{99} et α^{100}.
3. Calculer $\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & 1 \\ 0 & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix}^{100}$.

Question 10: *Cette question est notée sur 10 points.*

0 .5 1 .5 2 .5 3 .5 4 .5 5
.5 6 .5 7 .5 8 .5 9 .5 10

Soit $\alpha \in \mathbb{C}$.

1. Trouver la formule explicite pour les éléments de la matrice $A_n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n$, où $n \geq 1$ est un entier. Montrer la formule par réccurence.
2. On pose $\alpha = 1 + \mathrm{i}$. Calculer α^{99} et α^{100}.
3. Calculer $\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & 1 \\ 0 & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix}^{100}$.

Question 11: *Cette question est notée sur 20 points.*

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10
☐11 ☐12 ☐13 ☐14 ☐15 ☐16 ☐17 ☐18 ☐19 ■20

Soit $\alpha \in \mathbb{C}$.

1. Trouver la formule explicite pour les éléments de la matrice $A_n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n$, où $n \geq 1$ est un entier. Montrer la formule par réccurence.
2. On pose $\alpha = 1 + \mathrm{i}$. Calculer α^{99} et α^{100}.
3. Calculer $\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & 1 \\ 0 & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix}^{100}$.

Ens. : TEACHER NAME
EXAM NAME - MAN
DATE
Durée : XXX minutes

3

Student Three

SCIPER : **333333**

Do not turn the page before the start of the exam. This document is double-sided, has 12 pages, the last ones possibly blank. Do not unstaple.

- Place your student card on your table.
- **No other paper materials** are allowed to be used during the exam.
- Using a **calculator** or any electronic device is not permitted during the exam.
- For the **multiple choice** questions, we give :
  - $+3$ points if your answer is correct,
  - 0 points if you give no answer or more than one,
  - -1 points if your answer is incorrect.
- For the **true/false** questions, we give :
  - $+1$ points if your answer is correct,
  - 0 points if you give no answer or more than one,
  - -1 points if your answer is incorrect.
- Use a **black or dark blue ballpen** and clearly erase with **correction fluid** if necessary.
- If a question is wrong, the teacher may decide to nullify it.

Respectez les consignes suivantes | Observe this guidelines | Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien

choisir une réponse | select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse | NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse | Correct an answer Antwort korrigieren

ce qu'il ne faut **PAS** faire | what should **NOT** be done | was man **NICHT** tun sollte

Pour votre examen, imprimez de préférence les documents compilés à l'aide de auto-multiple-choice.

First part: multiple choice questions

For each question, mark the box corresponding to the correct answer. Each question has **exactly one** correct answer.

Question 1 Soit le sous-ensemble $E \subset \mathbb{R}$ défini par $E = \left\{ 2\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$.

Alors

- [ ] le supremum de E appartient à E
- [ ] le minimum de E est 2
- [ ] E est fermé
- [x] 10 est un majorant de E

Question 2 L'équation $z^{-1} = \overline{z}$, où $\overline{z}$ est le complexe conjugué de z, admet

- [ ] aucune solution dans $\mathbb{C}$
- [ ] exactement une solution dans $\mathbb{C}$
- [x] une infinité de solutions dans $\mathbb{C}$
- [ ] exactement deux solutions dans $\mathbb{C}$

Question 3 Soit le sous-ensemble $E \subset \mathbb{R}$ défini par $E = \left\{ 2\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$.

Alors

- [ ] le supremum de E appartient à E
- [ ] le minimum de E est 2
- [ ] E est fermé
- [x] 10 est un majorant de E
- [x] 10 est un majorant de E

Second part: true/false questions

For each question, mark the box (without erasing) TRUE if the statement is **always true** and the box FALSE if it is **not always true** (i.e., it is sometimes false).

Question 4 Soit A un sous-ensemble borné et non vide de $\mathbb{R}$.
Alors $\inf A \in A$ et $\sup A \in A$.

☐ VRAI ■ FAUX

Question 5 Soient $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ et $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ deux fonctions définies sur tout $\mathbb{R}$. Si $f \circ g$ est injective, alors g est injective.

■ VRAI ☐ FAUX

Troisème partie, questions de type ouvert

Répondre dans l'espace dédié. Votre réponse doit être soigneusement justifiée, toutes les étapes de votre raisonnement doivent figurer dans votre réponse. Laisser libres les cases à cocher : elles sont réservées au correcteur.

Question 7: *Cette question est notée sur 5 points.*

Soit $\Psi : \mathbb{R}_3[x] \to \mathbb{R}_3[x]$ l'application définie par

$$\Psi(p)(x) = (x-1)p'(x).$$

1. Montrer que Ψ est linéaire. (1 pt)
2. Calculer la matrice $[\Psi]_{E,E}$ de Ψ par rapport à la base canonique $E = (1, x, x^2, x^3)$. (2 pts)
3. Calculer le rang de Ψ. (2 pt)

Question 8: *Cette question est notée sur 6 points.*

Soient V un K-espace vectoriel de dimension finie, et X, Y deux sous-espaces vectoriels de V tels que $\dim(X) \geq \dim(Y)$. Montrer qu'il existe une application linéaire $T : V \to V$ telle que $T(X) = Y$.

Question 9: *Cette question est notée sur 6 points.*

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ■6

Soit $\alpha \in \mathbb{C}$.

1. Trouver la formule explicite pour les éléments de la matrice $A_n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n$, où $n \geq 1$ est un entier. Montrer la formule par réccurence.
2. On pose $\alpha = 1 + \mathrm{i}$. Calculer α^{99} et α^{100}.
3. Calculer $\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & 1 \\ 0 & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix}^{100}$.

Question 10: *Cette question est notée sur 10 points.*

0 .5 1 .5 2 .5 3 .5 4 .5 5
.5 6 .5 7 .5 8 .5 9 .5 10

Soit $\alpha \in \mathbb{C}$.

1. Trouver la formule explicite pour les éléments de la matrice $A_n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n$, où $n \geq 1$ est un entier. Montrer la formule par réccurence.
2. On pose $\alpha = 1 + \mathrm{i}$. Calculer α^{99} et α^{100}.
3. Calculer $\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & 1 \\ 0 & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix}^{100}$.

Question 11: *Cette question est notée sur 20 points.*

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10
☐11 ☐12 ☐13 ☐14 ☐15 ☐16 ☐17 ☐18 ☐19 ■20

Soit $\alpha \in \mathbb{C}$.

1. Trouver la formule explicite pour les éléments de la matrice $A_n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n$, où $n \geq 1$ est un entier. Montrer la formule par réccurence.
2. On pose $\alpha = 1 + \mathrm{i}$. Calculer α^{99} et α^{100}.
3. Calculer $\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & 1 \\ 0 & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix}^{100}$.

Ens. : TEACHER NAME
EXAM NAME - MAN
DATE
Durée : XXX minutes

4

Student Four

SCIPER : **444444**

Do not turn the page before the start of the exam. This document is double-sided, has 12 pages, the last ones possibly blank. Do not unstaple.

- Place your student card on your table.
- **No other paper materials** are allowed to be used during the exam.
- Using a **calculator** or any electronic device is not permitted during the exam.
- For the **multiple choice** questions, we give :
  $+3$ points if your answer is correct,
  0 points if you give no answer or more than one,
  -1 points if your answer is incorrect.
- For the **true/false** questions, we give :
  $+1$ points if your answer is correct,
  0 points if you give no answer or more than one,
  -1 points if your answer is incorrect.
- Use a **black or dark blue ballpen** and clearly erase with **correction fluid** if necessary.
- If a question is wrong, the teacher may decide to nullify it.

Respectez les consignes suivantes | Observe this guidelines | Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien

choisir une réponse | select an answer
Antwort auswählen

ne PAS choisir une réponse | NOT select an answer
NICHT Antwort auswählen

Corriger une réponse | Correct an answer
Antwort korrigieren

ce qu'il ne faut **PAS** faire | what should **NOT** be done | was man **NICHT** tun sollte

First part: multiple choice questions

For each question, mark the box corresponding to the correct answer. Each question has **exactly one** correct answer.

Question 1 Soit le sous-ensemble $E \subset \mathbb{R}$ défini par $E = \left\{ 2\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$.

Alors

- ■ 10 est un majorant de E
- □ E est fermé
- □ le minimum de E est 2
- □ le supremum de E appartient à E

Question 2 Soit le sous-ensemble $E \subset \mathbb{R}$ défini par $E = \left\{ 2\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$.

Alors

- □ E est fermé
- □ le supremum de E appartient à E
- □ le minimum de E est 2
- ■ 10 est un majorant de E
- ■ 10 est un majorant de E

Question 3 L'équation $z^{-1} = \overline{z}$, où $\overline{z}$ est le complexe conjugué de z, admet

- ■ une infinité de solutions dans $\mathbb{C}$
- □ exactement deux solutions dans $\mathbb{C}$
- □ exactement une solution dans $\mathbb{C}$
- □ aucune solution dans $\mathbb{C}$

Second part: true/false questions

For each question, mark the box (without erasing) TRUE if the statement is **always true** and the box FALSE if it is **not always true** (i.e., it is sometimes false).

Question 4 Soient $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ et $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ deux fonctions définies sur tout $\mathbb{R}$. Si $f \circ g$ est injective, alors g est injective.

■ VRAI ☐ FAUX

Question 5 Soit A un sous-ensemble borné et non vide de $\mathbb{R}$.
Alors $\inf A \in A$ et $\sup A \in A$.

☐ VRAI ■ FAUX

Troisème partie, questions de type ouvert

Répondre dans l'espace dédié. Votre réponse doit être soigneusement justifiée, toutes les étapes de votre raisonnement doivent figurer dans votre réponse. Laisser libres les cases à cocher : elles sont réservées au correcteur.

Question 7: *Cette question est notée sur 5 points.*

Soit $\Psi : \mathbb{R}_3[x] \to \mathbb{R}_3[x]$ l'application définie par

$$\Psi(p)(x) = (x-1)p'(x).$$

1. Montrer que Ψ est linéaire. (1 pt)
2. Calculer la matrice $[\Psi]_{E,E}$ de Ψ par rapport à la base canonique $E = (1, x, x^2, x^3)$. (2 pts)
3. Calculer le rang de Ψ. (2 pt)

Question 8: *Cette question est notée sur 6 points.*

Soient V un K-espace vectoriel de dimension finie, et X, Y deux sous-espaces vectoriels de V tels que $\dim(X) \geq \dim(Y)$. Montrer qu'il existe une application linéaire $T : V \to V$ telle que $T(X) = Y$.

Question 9: *Cette question est notée sur 6 points.*

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ■6

Soit $\alpha \in \mathbb{C}$.

1. Trouver la formule explicite pour les éléments de la matrice $A_n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n$, où $n \geq 1$ est un entier. Montrer la formule par réccurence.
2. On pose $\alpha = 1 + \mathrm{i}$. Calculer α^{99} et α^{100}.
3. Calculer $\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & 1 \\ 0 & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix}^{100}$.

Question 10: *Cette question est notée sur 10 points.*

☐ 0 ☐ .5 ☐ 1 ☐ .5 ☐ 2 ☐ .5 ☐ 3 ☐ .5 ☐ 4 ☐ .5 ☐ 5
☐ .5 ☐ 6 ☐ .5 ☐ 7 ☐ .5 ☐ 8 ☐ .5 ☐ 9 ☐ .5 ■ 10

Soit $\alpha \in \mathbb{C}$.

1. Trouver la formule explicite pour les éléments de la matrice $A_n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n$, où $n \geq 1$ est un entier. Montrer la formule par réccurence.
2. On pose $\alpha = 1 + \mathrm{i}$. Calculer α^{99} et α^{100}.
3. Calculer $\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & 1 \\ 0 & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix}^{100}$.

Question 11: *Cette question est notée sur 20 points.*

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10
☐ 11 ☐ 12 ☐ 13 ☐ 14 ☐ 15 ☐ 16 ☐ 17 ☐ 18 ☐ 19 ■ 20

Soit $\alpha \in \mathbb{C}$.

1. Trouver la formule explicite pour les éléments de la matrice $A_n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n$, où $n \geq 1$ est un entier. Montrer la formule par réccurence.
2. On pose $\alpha = 1 + \mathrm{i}$. Calculer α^{99} et α^{100}.
3. Calculer $\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & 1 \\ 0 & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix}^{100}$.