Ens. : TEACHER NAME
EXAM NAME - MAN
DATE
Durée : XXX minutes

1

Student One

SCIPER : **111111**

Do not turn the page before the start of the exam. This document is double-sided, has 12 pages, the last ones possibly blank. Do not unstaple.

- Place your student card on your table.
- **No other paper materials** are allowed to be used during the exam.
- Using a **calculator** or any electronic device is not permitted during the exam.
- For the **multiple choice** questions, we give :
  - +3 points if your answer is correct,
  - 0 points if you give no answer or more than one,
  - −1 points if your answer is incorrect.
- For the **true/false** questions, we give :
  - +1 points if your answer is correct,
  - 0 points if you give no answer or more than one,
  - −1 points if your answer is incorrect.
- Use a **black or dark blue ballpen** and clearly erase with **correction fluid** if necessary.
- If a question is wrong, the teacher may decide to nullify it.

Respectez les consignes suivantes | Observe this guidelines | Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien

choisir une réponse | select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse | NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse | Correct an answer Antwort korrigieren
☒ ☑ ■	☐	☐ ☐

ce qu'il ne faut **PAS** faire | what should **NOT** be done | was man **NICHT** tun sollte

▨ ☒ ○ ☐ ▨ ☐

Pour votre examen, imprimez de préférence les documents compilés à l'aide de auto-multiple-choice.

First part: multiple choice questions

For each question, mark the box corresponding to the correct answer. Each question has **exactly one** correct answer.

Question 1 Soit le sous-ensemble $E \subset \mathbb{R}$ défini par $E = \left\{ 2\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$.

Alors

☐ E est fermé

☐ le minimum de E est 2

■ 10 est un majorant de E

■ 10 est un majorant de E

☐ le supremum de E appartient à E

Question 2 L'équation $z^{-1} = \overline{z}$, où $\overline{z}$ est le complexe conjugué de z, admet

■ une infinité de solutions dans $\mathbb{C}$

☐ exactement une solution dans $\mathbb{C}$

☐ aucune solution dans $\mathbb{C}$

☐ exactement deux solutions dans $\mathbb{C}$

Question 3 Soit le sous-ensemble $E \subset \mathbb{R}$ défini par $E = \left\{ 2\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$.

Alors

■ 10 est un majorant de E

☐ E est fermé

☐ le minimum de E est 2

☐ le supremum de E appartient à E

Second part: true/false questions

For each question, mark the box (without erasing) TRUE if the statement is **always true** and the box FALSE if it is **not always true** (i.e., it is sometimes false).

Question 4 Soient $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ et $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ deux fonctions définies sur tout $\mathbb{R}$. Si $f \circ g$ est injective, alors g est injective.

■ VRAI ☐ FAUX

Question 5 Soit A un sous-ensemble borné et non vide de $\mathbb{R}$.
Alors $\inf A \in A$ et $\sup A \in A$.

☐ VRAI ■ FAUX

Third part, open questions

Answer in the empty space below. Your answer should be carefully justified, and all the steps of your argument should be discussed in details. Leave the check-boxes empty, they are used for the grading.

Question 6: *This question is worth 5 points.*

Soit $\Psi : \mathbb{R}_3[x] \to \mathbb{R}_3[x]$ l'application définie par

$$\Psi(p)(x) = (x-1)p'(x).$$

1. Montrer que Ψ est linéaire. (1 pt)
2. Calculer la matrice $[\Psi]_{E,E}$ de Ψ par rapport à la base canonique $E = (1, x, x^2, x^3)$. (2 pts)
3. Calculer le rang de Ψ. (2 pt)

Question 7: *This question is worth 6 points.*

Soient V un K-espace vectoriel de dimension finie, et X, Y deux sous-espaces vectoriels de V tels que $\dim(X) \geq \dim(Y)$. Montrer qu'il existe une application linéaire $T : V \to V$ telle que $T(X) = Y$.

Question 8: *This question is worth 6 points.*

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6

Soit $\alpha \in \mathbb{C}$.

1. Trouver la formule explicite pour les éléments de la matrice $A_n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n$, où $n \geq 1$ est un entier. Montrer la formule par réccurence.
2. On pose $\alpha = 1 + \mathrm{i}$. Calculer α^{99} et α^{100}.
3. Calculer $\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & 1 \\ 0 & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix}^{100}$.

Question 9: *This question is worth 10 points.*

☐ 0 ☐ .5 ☐ 1 ☐ .5 ☐ 2 ☐ .5 ☐ 3 ☐ .5 ☐ 4 ☐ .5 ☐ 5
☐ .5 ☐ 6 ☐ .5 ☐ 7 ☐ .5 ☐ 8 ☐ .5 ☐ 9 ☐ .5 ☒ 10

Soit $\alpha \in \mathbb{C}$.

1. Trouver la formule explicite pour les éléments de la matrice $A_n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n$, où $n \geq 1$ est un entier. Montrer la formule par réccurence.
2. On pose $\alpha = 1 + \mathrm{i}$. Calculer α^{99} et α^{100}.
3. Calculer $\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & 1 \\ 0 & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix}^{100}$.

Question 10: *This question is worth 20 points.*

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10
☐ 11 ☐ 12 ☐ 13 ☐ 14 ☐ 15 ☐ 16 ☐ 17 ☐ 18 ☐ 19 ■ 20

Soit $\alpha \in \mathbb{C}$.

1. Trouver la formule explicite pour les éléments de la matrice $A_n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n$, où $n \geq 1$ est un entier. Montrer la formule par réccurence.
2. On pose $\alpha = 1 + \mathrm{i}$. Calculer α^{99} et α^{100}.
3. Calculer $\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & 1 \\ 0 & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix}^{100}$.

Ens. : TEACHER NAME
EXAM NAME - MAN
DATE
Durée : XXX minutes

2

Student Two

SCIPER : **222222**

Do not turn the page before the start of the exam. This document is double-sided, has 12 pages, the last ones possibly blank. Do not unstaple.

- Place your student card on your table.
- **No other paper materials** are allowed to be used during the exam.
- Using a **calculator** or any electronic device is not permitted during the exam.
- For the **multiple choice** questions, we give :
  +3 points if your answer is correct,
  0 points if you give no answer or more than one,
  −1 points if your answer is incorrect.
- For the **true/false** questions, we give :
  +1 points if your answer is correct,
  0 points if you give no answer or more than one,
  −1 points if your answer is incorrect.
- Use a **black or dark blue ballpen** and clearly erase with **correction fluid** if necessary.
- If a question is wrong, the teacher may decide to nullify it.

Respectez les consignes suivantes | Observe this guidelines | Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien

choisir une réponse | select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse | NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse | Correct an answer Antwort korrigieren
☒ ☑ ■	☐	☐ ☐

ce qu'il ne faut **PAS** faire | what should **NOT** be done | was man **NICHT** tun sollte

▨ ☒ ○ ⊡ ▨ ☐

Pour votre examen, imprimez de préférence les documents compilés à l'aide de auto-multiple-choice.

First part: multiple choice questions

For each question, mark the box corresponding to the correct answer. Each question has **exactly one** correct answer.

Question 1 L'équation $z^{-1} = \overline{z}$, où $\overline{z}$ est le complexe conjugué de z, admet

☐ exactement deux solutions dans $\mathbb{C}$
☐ aucune solution dans $\mathbb{C}$
☐ exactement une solution dans $\mathbb{C}$
■ une infinité de solutions dans $\mathbb{C}$

Question 2 Soit le sous-ensemble $E \subset \mathbb{R}$ défini par $E = \left\{ 2\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$.

Alors

☐ le supremum de E appartient à E
☐ E est fermé
■ 10 est un majorant de E
■ 10 est un majorant de E
☐ le minimum de E est 2

Question 3 Soit le sous-ensemble $E \subset \mathbb{R}$ défini par $E = \left\{ 2\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$.

Alors

☐ E est fermé
■ 10 est un majorant de E
☐ le minimum de E est 2
☐ le supremum de E appartient à E

Second part: true/false questions

For each question, mark the box (without erasing) TRUE if the statement is **always true** and the box FALSE if it is **not always true** (i.e., it is sometimes false).

Question 4 Soit A un sous-ensemble borné et non vide de $\mathbb{R}$.
Alors $\inf A \in A$ et $\sup A \in A$.

☐ VRAI ■ FAUX

Question 5 Soient $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ et $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ deux fonctions définies sur tout $\mathbb{R}$. Si $f \circ g$ est injective, alors g est injective.

■ VRAI ☐ FAUX

Third part, open questions

Answer in the empty space below. Your answer should be carefully justified, and all the steps of your argument should be discussed in details. Leave the check-boxes empty, they are used for the grading.

Question 6: *This question is worth 5 points.*

Soit $\Psi : \mathbb{R}_3[x] \to \mathbb{R}_3[x]$ l'application définie par

$$\Psi(p)(x) = (x-1)p'(x).$$

1. Montrer que Ψ est linéaire. (1 pt)
2. Calculer la matrice $[\Psi]_{E,E}$ de Ψ par rapport à la base canonique $E = (1, x, x^2, x^3)$. (2 pts)
3. Calculer le rang de Ψ. (2 pt)

Question 7: *This question is worth 6 points.*

Soient V un K-espace vectoriel de dimension finie, et X, Y deux sous-espaces vectoriels de V tels que $\dim(X) \geq \dim(Y)$. Montrer qu'il existe une application linéaire $T : V \to V$ telle que $T(X) = Y$.

Question 8: *This question is worth 6 points.*

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☒6

Soit $\alpha \in \mathbb{C}$.

1. Trouver la formule explicite pour les éléments de la matrice $A_n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n$, où $n \geq 1$ est un entier. Montrer la formule par réccurence.
2. On pose $\alpha = 1 + \mathrm{i}$. Calculer α^{99} et α^{100}.
3. Calculer $\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & 1 \\ 0 & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix}^{100}$.

Question 9: *This question is worth 10 points.*

☐ 0 ☐ .5 ☐ 1 ☐ .5 ☐ 2 ☐ .5 ☐ 3 ☐ .5 ☐ 4 ☐ .5 ☐ 5
☐ .5 ☐ 6 ☐ .5 ☐ 7 ☐ .5 ☐ 8 ☐ .5 ☐ 9 ☐ .5 ☒ 10

Soit $\alpha \in \mathbb{C}$.

1. Trouver la formule explicite pour les éléments de la matrice $A_n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n$, où $n \geq 1$ est un entier. Montrer la formule par réccurence.
2. On pose $\alpha = 1 + \mathrm{i}$. Calculer α^{99} et α^{100}.
3. Calculer $\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & 1 \\ 0 & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix}^{100}$.

Question 10: *This question is worth 20 points.*

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10
☐ 11 ☐ 12 ☐ 13 ☐ 14 ☐ 15 ☐ 16 ☐ 17 ☐ 18 ☐ 19 ☒ 20

Soit $\alpha \in \mathbb{C}$.

1. Trouver la formule explicite pour les éléments de la matrice $A_n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n$, où $n \geq 1$ est un entier. Montrer la formule par réccurence.
2. On pose $\alpha = 1 + \mathrm{i}$. Calculer α^{99} et α^{100}.
3. Calculer $\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & 1 \\ 0 & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix}^{100}$.

Ens. : TEACHER NAME
EXAM NAME - MAN
DATE
Durée : XXX minutes

3

Student Three

SCIPER : **333333**

Do not turn the page before the start of the exam. This document is double-sided, has 12 pages, the last ones possibly blank. Do not unstaple.

- Place your student card on your table.
- **No other paper materials** are allowed to be used during the exam.
- Using a **calculator** or any electronic device is not permitted during the exam.
- For the **multiple choice** questions, we give :
  - $+3$ points if your answer is correct,
  - 0 points if you give no answer or more than one,
  - -1 points if your answer is incorrect.
- For the **true/false** questions, we give :
  - $+1$ points if your answer is correct,
  - 0 points if you give no answer or more than one,
  - -1 points if your answer is incorrect.
- Use a **black or dark blue ballpen** and clearly erase with **correction fluid** if necessary.
- If a question is wrong, the teacher may decide to nullify it.

Respectez les consignes suivantes | Observe this guidelines | Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien

choisir une réponse | select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse | NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse | Correct an answer Antwort korrigieren
☒ ☑ ■	☐	☐ ▢

ce qu'il ne faut **PAS** faire | what should **NOT** be done | was man **NICHT** tun sollte

▨ ☒ ○ ⊡ ▨ ☐

Pour votre examen, imprimez de préférence les documents compilés à l'aide de auto-multiple-choice.

First part: multiple choice questions

For each question, mark the box corresponding to the correct answer. Each question has **exactly one** correct answer.

Question 1 Soit le sous-ensemble $E \subset \mathbb{R}$ défini par $E = \left\{ 2\left(1+\frac{1}{n}\right)^n : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$.

Alors

- ☐ le supremum de E appartient à E
- ☐ le minimum de E est 2
- ☐ E est fermé
- ■ 10 est un majorant de E

Question 2 L'équation $z^{-1} = \overline{z}$, où $\overline{z}$ est le complexe conjugué de z, admet

- ☐ aucune solution dans $\mathbb{C}$
- ☐ exactement une solution dans $\mathbb{C}$
- ■ une infinité de solutions dans $\mathbb{C}$
- ☐ exactement deux solutions dans $\mathbb{C}$

Question 3 Soit le sous-ensemble $E \subset \mathbb{R}$ défini par $E = \left\{ 2\left(1+\frac{1}{n}\right)^n : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$.

Alors

- ☐ le supremum de E appartient à E
- ☐ le minimum de E est 2
- ☐ E est fermé
- ■ 10 est un majorant de E
- ■ 10 est un majorant de E

Second part: true/false questions

For each question, mark the box (without erasing) TRUE if the statement is **always true** and the box FALSE if it is **not always true** (i.e., it is sometimes false).

Question 4 Soit A un sous-ensemble borné et non vide de $\mathbb{R}$.
Alors $\inf A \in A$ et $\sup A \in A$.

☐ VRAI ■ FAUX

Question 5 Soient $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ et $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ deux fonctions définies sur tout $\mathbb{R}$. Si $f \circ g$ est injective, alors g est injective.

■ VRAI ☐ FAUX

Third part, open questions

Answer in the empty space below. Your answer should be carefully justified, and all the steps of your argument should be discussed in details. Leave the check-boxes empty, they are used for the grading.

Question 6: *This question is worth 5 points.*

Soit $\Psi : \mathbb{R}_3[x] \to \mathbb{R}_3[x]$ l'application définie par

$$\Psi(p)(x) = (x-1)p'(x).$$

1. Montrer que Ψ est linéaire. (1 pt)
2. Calculer la matrice $[\Psi]_{E,E}$ de Ψ par rapport à la base canonique $E = (1, x, x^2, x^3)$. (2 pts)
3. Calculer le rang de Ψ. (2 pt)

Question 7: *This question is worth 6 points.*

Soient V un K-espace vectoriel de dimension finie, et X, Y deux sous-espaces vectoriels de V tels que $\dim(X) \geq \dim(Y)$. Montrer qu'il existe une application linéaire $T : V \to V$ telle que $T(X) = Y$.

Question 8: *This question is worth 6 points.*

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☒6

Soit $\alpha \in \mathbb{C}$.

1. Trouver la formule explicite pour les éléments de la matrice $A_n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n$, où $n \geq 1$ est un entier. Montrer la formule par réccurence.
2. On pose $\alpha = 1 + \mathrm{i}$. Calculer α^{99} et α^{100}.
3. Calculer $\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & 1 \\ 0 & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix}^{100}$.

Question 9: *This question is worth 10 points.*

☐ 0 ☐ .5 ☐ 1 ☐ .5 ☐ 2 ☐ .5 ☐ 3 ☐ .5 ☐ 4 ☐ .5 ☐ 5
☐ .5 ☐ 6 ☐ .5 ☐ 7 ☐ .5 ☐ 8 ☐ .5 ☐ 9 ☐ .5 ☒ 10

Soit $\alpha \in \mathbb{C}$.

1. Trouver la formule explicite pour les éléments de la matrice $A_n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n$, où $n \geq 1$ est un entier. Montrer la formule par réccurence.
2. On pose $\alpha = 1 + \mathrm{i}$. Calculer α^{99} et α^{100}.
3. Calculer $\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & 1 \\ 0 & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix}^{100}$.

Question 10: *This question is worth 20 points.*

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10
☐ 11 ☐ 12 ☐ 13 ☐ 14 ☐ 15 ☐ 16 ☐ 17 ☐ 18 ☐ 19 ☒ 20

Soit $\alpha \in \mathbb{C}$.

1. Trouver la formule explicite pour les éléments de la matrice $A_n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n$, où $n \geq 1$ est un entier. Montrer la formule par réccurence.
2. On pose $\alpha = 1 + \mathrm{i}$. Calculer α^{99} et α^{100}.
3. Calculer $\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & 1 \\ 0 & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix}^{100}$.

Ens. : TEACHER NAME
EXAM NAME - MAN
DATE
Durée : XXX minutes

4

Student Four

SCIPER : **444444**

Do not turn the page before the start of the exam. This document is double-sided, has 12 pages, the last ones possibly blank. Do not unstaple.

- Place your student card on your table.
- **No other paper materials** are allowed to be used during the exam.
- Using a **calculator** or any electronic device is not permitted during the exam.
- For the **multiple choice** questions, we give :
  - $+3$ points if your answer is correct,
  - 0 points if you give no answer or more than one,
  - -1 points if your answer is incorrect.
- For the **true/false** questions, we give :
  - $+1$ points if your answer is correct,
  - 0 points if you give no answer or more than one,
  - -1 points if your answer is incorrect.
- Use a **black or dark blue ballpen** and clearly erase with **correction fluid** if necessary.
- If a question is wrong, the teacher may decide to nullify it.

Respectez les consignes suivantes | Observe this guidelines | Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien

choisir une réponse | select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse | NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse | Correct an answer Antwort korrigieren
☒ ☑ ■	☐	☐

ce qu'il ne faut **PAS** faire | what should **NOT** be done | was man **NICHT** tun sollte

▨ ☒ ○ ⊡ ▨ ☐

Pour votre examen, imprimez de préférence les documents compilés à l'aide de auto-multiple-choice.

First part: multiple choice questions

For each question, mark the box corresponding to the correct answer. Each question has **exactly one** correct answer.

Question 1 Soit le sous-ensemble $E \subset \mathbb{R}$ défini par $E = \left\{ 2\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$.

Alors

- ☒ 10 est un majorant de E
- ☐ E est fermé
- ☐ le minimum de E est 2
- ☐ le supremum de E appartient à E

Question 2 Soit le sous-ensemble $E \subset \mathbb{R}$ défini par $E = \left\{ 2\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$.

Alors

- ☐ E est fermé
- ☐ le supremum de E appartient à E
- ☐ le minimum de E est 2
- ☒ 10 est un majorant de E
- ☒ 10 est un majorant de E

Question 3 L'équation $z^{-1} = \overline{z}$, où $\overline{z}$ est le complexe conjugué de z, admet

- ☒ une infinité de solutions dans $\mathbb{C}$
- ☐ exactement deux solutions dans $\mathbb{C}$
- ☐ exactement une solution dans $\mathbb{C}$
- ☐ aucune solution dans $\mathbb{C}$

Second part: true/false questions

For each question, mark the box (without erasing) TRUE if the statement is **always true** and the box FALSE if it is **not always true** (i.e., it is sometimes false).

Question 4 Soient $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ et $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ deux fonctions définies sur tout $\mathbb{R}$. Si $f \circ g$ est injective, alors g est injective.

■ VRAI ☐ FAUX

Question 5 Soit A un sous-ensemble borné et non vide de $\mathbb{R}$.
Alors $\inf A \in A$ et $\sup A \in A$.

☐ VRAI ■ FAUX

Third part, open questions

Answer in the empty space below. Your answer should be carefully justified, and all the steps of your argument should be discussed in details. Leave the check-boxes empty, they are used for the grading.

Question 6: *This question is worth 5 points.*

Soit $\Psi : \mathbb{R}_3[x] \to \mathbb{R}_3[x]$ l'application définie par

$$\Psi(p)(x) = (x-1)p'(x).$$

1. Montrer que Ψ est linéaire. (1 pt)
2. Calculer la matrice $[\Psi]_{E,E}$ de Ψ par rapport à la base canonique $E = (1, x, x^2, x^3)$. (2 pts)
3. Calculer le rang de Ψ. (2 pt)

Question 7: *This question is worth 6 points.*

Soient V un K-espace vectoriel de dimension finie, et X, Y deux sous-espaces vectoriels de V tels que $\dim(X) \geq \dim(Y)$. Montrer qu'il existe une application linéaire $T : V \to V$ telle que $T(X) = Y$.

Question 8: *This question is worth 6 points.*

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ■6

Soit $\alpha \in \mathbb{C}$.

1. Trouver la formule explicite pour les éléments de la matrice $A_n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n$, où $n \geq 1$ est un entier. Montrer la formule par réccurence.
2. On pose $\alpha = 1 + \mathrm{i}$. Calculer α^{99} et α^{100}.
3. Calculer $\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & 1 \\ 0 & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix}^{100}$.

Question 9: *This question is worth 10 points.*

☐ 0 ☐ .5 ☐ 1 ☐ .5 ☐ 2 ☐ .5 ☐ 3 ☐ .5 ☐ 4 ☐ .5 ☐ 5
☐ .5 ☐ 6 ☐ .5 ☐ 7 ☐ .5 ☐ 8 ☐ .5 ☐ 9 ☐ .5 ■ 10

Soit $\alpha \in \mathbb{C}$.

1. Trouver la formule explicite pour les éléments de la matrice $A_n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n$, où $n \geq 1$ est un entier. Montrer la formule par réccurence.
2. On pose $\alpha = 1 + \mathrm{i}$. Calculer α^{99} et α^{100}.
3. Calculer $\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & 1 \\ 0 & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix}^{100}$.

Question 10: *This question is worth 20 points.*

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10
☐ 11 ☐ 12 ☐ 13 ☐ 14 ☐ 15 ☐ 16 ☐ 17 ☐ 18 ☐ 19 ☒ 20

Soit $\alpha \in \mathbb{C}$.

1. Trouver la formule explicite pour les éléments de la matrice $A_n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n$, où $n \geq 1$ est un entier. Montrer la formule par réccurence.
2. On pose $\alpha = 1 + \mathrm{i}$. Calculer α^{99} et α^{100}.
3. Calculer $\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & 1 \\ 0 & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix}^{100}$.