Concept(s)-clé(s) et théorie

DÉFINITION 1 :

Une équation linéaire aux inconnues $x_1, \ldots, x_n$ à coefficients réels est une équation de la forme

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b,$$

où $a_1, a_2, \ldots, a_n, b \in \mathbb{R}$.

DÉFINITION 2 :

On appelle système d'équations linéaires (ou simplement système linéaire) une famille d'équations linéaires aux inconnues $x_1, \ldots, x_n$ à coefficients réels de la forme

$$S = \begin{cases} a_{11}x_1 & +a_{12}x_2 & + & \cdots & +a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & +a_{22}x_2 & + & \cdots & +a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \vdots & & & & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1}x_1 & +a_{m2}x_2 & + & \cdots & +a_{mn}x_n & = & b_m \end{cases},$$

où $a_{ij}, b_i \in \mathbb{R}$ pour tout $1 \leq i \leq m$ et tout $1 \leq j \leq n$. Aussi, on dit qu'une suite ordonnée de n nombres réels $\alpha = (\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$ est une solution du système linéaire S si toutes les égalités du système sont vérifiées lorsque l'on remplace x_j par α_j, ceci pout tout $1 \leq j \leq n$.

In [1]:
```
import AL_Fct as al
from IPython.core.magic import register_cell_magic
from IPython.display import HTML, display
import numpy as np
```

EXEMPLE 1:

Dans ce premier exemple nous nous familiarisons avec les équations et les ensembles de solutions.

Les cellules ci-dessous nous permettent, par exemple, d'entrer l'équation

$$3x_1 + 2x_2 = 7$$

Elles donnent ensuite une solution

$$\alpha = (\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$$

à l'équation entrée.

In [9]:
```
al.bgc('seashell')

coefficients = [1,1] # coefficients=[a1, a2, ..., an] est un vecteur avec les n coefficients de l'équation
b=[1] # b=[b1, b2, ..., bm] est un vecteur avec les m termes de droite de l'équation
```

Votre équation est

In [10]:
```
al.printEq(coefficients,b)
```

$1x_1 + 1x_2 = 1$

Pour rentrer la solution on utilise la syntaxe suivante

$$\text{solution} = [\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{\text{n}}]$$

In [11]:
```
al.bgc('seashell')

solution = [1,2] # solution=[s1,...,sn] est un vecteur
```

In [12]:
```
isSol = [al.SolOfEq(solution, coefficients+b,1)]
```

```
La suite entrée n'est pas une solution de l'équation 1
```

EXERCICE 1:

Enter l'équation

$$\frac{2}{5}x_1 - 4x_2 + x_3 = 8$$

et donner une solution

$$\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3).$$

Vous pouvez aussi adapter le code à l'équation de votre choix.

In [13]:
```
al.bgc('seashell')

#Par défaut, les valeurs sont fixées à 1
coefficients = [1] # coefficients=[a_1, a_2, ..., an]
b=[1]
solution = [1]
```

In [14]:
```
al.printEq(coefficients,b)
isSol=[al.SolOfEq(solution, coefficients+b,1)]
```

$1x_1 = 1$

```
La suite entrée est une solution de l'équation 1
```

EXEMPLE 2:

Dans cet exercice nous nous familiarisonns avec les systèmes d'équations. La partie ci-dessous vous demande de rentrer un système d'équation en suivant les notations de la définition 1.

Essayer, par exemple, d'entrer le système d'équations

$$\begin{cases} x_1 & -3x_2 & = 4 \\ -x_1 & +4x_2 & = 5 \end{cases}$$

In [15]:
```
al.bgc('seashell')

coefficients = [ [1, -3], [-1, 4]] # MatriceCoeff=[ [a_11, a_12], [a_21, a_22] ]
b=[4,5] #b=[b1, b2]
```

Votre système est

In [16]:
```
al.printSyst(coefficients,b)
```

$$\begin{cases} 1x_1 + -3x_2 = 4 \\ -1x_1 + 4x_2 = 5 \end{cases}$$

In [18]:
```
al.bgc('seashell')

solution = [31,9]
```

In [20]:
```
al.SolOfSyst(solution, coefficients,b)
```

```
La suite entrée est une solution de l'équation 1
La suite entrée est une solution de l'équation 2
C'est une solution du système
```

EXERCICE 2:

Entrer le système suivant et donner une solution du système.

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 & = -5 \\ -\dfrac{1}{3}x_1 + x_3 & = 2 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 & = 0 \end{cases}$$

Vous pouvez aussi adapter le code à l'équation de votre choix.

In [21]:
```
al.bgc('seashell')
#Par défaut, les valeurs sont fixées à 1 (et m à 2)

coefficients = [[1,1,1], [1,1,1],[1,1,1]]
b=[1,1,1]
solution=[1,1,1]
```

In [22]:
```
al.printSyst(coefficients,b)
al.SolOfSyst(solution, coefficients,b)
```

$$\begin{cases} 1x_1 + 1x_2 + 1x_3 = 1 \\ 1x_1 + 1x_2 + 1x_3 = 1 \\ 1x_1 + 1x_2 + 1x_3 = 1 \end{cases}$$

```
La suite entrée n'est pas une solution de l'équation 1
La suite entrée n'est pas une solution de l'équation 2
La suite entrée n'est pas une solution de l'équation 3
Ce n'est pas une solution du système
```