1.1. Introduction et définition

April 20, 2020

1 Concept(s)-clé(s) et théorie

1.0.1 DÉFINITION 1 :

Une **équation linéaire** aux inconnues $x_1, \dots, x_n$ à coefficients réels est une équation de la forme

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b,$$

où $a_1, a_2, \dots, a_n, b \in \mathbb{R}$.

1.0.2 DÉFINITION 2 :

On appelle **système d'équations linéaires** (ou simplement système linéaire) une famille d'équations linéaires aux inconnues $x_1, \dots, x_n$ à coefficients réels de la forme

$$S = \begin{cases} a_{11}x_1 & +a_{12}x_2 & + & \cdots & +a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & +a_{22}x_2 & + & \cdots & +a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \vdots & & & & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1}x_1 & +a_{m2}x_2 & + & \cdots & +a_{mn}x_n & = & b_m \end{cases},$$

où $a_{ij}, b_i \in \mathbb{R}$ pour tout $1 \leq i \leq m$ et tout $1 \leq j \leq n$.

Aussi, on dit qu'une suite ordonnée de n nombres réels $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ est une *solution du système linéaire* S si toutes les égalités du système sont vérifiées lorsque l'on remplace x_j par α_j, ceci pout tout $1 \leq j \leq n$.

[ ]:
```
import Librairie.AL_Fct as al
```

1.0.3 EXEMPLE 1

Dans ce premier exemple nous nous familiarisons avec les équations et les ensembles de solutions. Soit

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots a_nx_n = b_1.$$

On utilise *la syntaxe suivante pour définir les coefficients* de l'équation

$$A = [a_1, a_2, \dots, a_n]$$
$$b = [b_1].$$

Dans la case ci-dessous, entrer les coefficients de l'équation

$$3x_1 + 2x_2 = 7$$

[ ]:
```
al.bgc('seashell')
#Toutes les valeurs sont initialisées à 1

A = [1,1]
b = [1]
```

[ ]:
```
al.printEq(A,b)
```

On utilise *la syntaxe suivante pour entrer une solution* d'une équation

$$\mathrm{alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_\mathrm{n}]$$

[ ]:
```
al.bgc('seashell')
#Toutes les valeurs sont initialisées à 1

alpha = [1, 1] #solution
```

[ ]:
```
isSol = [al.SolOfEq(alpha, A+b, 1)]
```

1.0.4 EXERCICE 1

Enter l'équation
$$\frac{2}{5}x_1 - 4x_2 + x_3 = 8$$
et donner une solution
$$\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3).$$

Vous pouvez aussi adapter le code à l'équation de votre choix.

[ ]:
```
al.bgc('seashell')

#Par défaut, les valeurs sont fixées à 1

A = [1, 1, 1]
```

```
b =[1]
alpha = [1, 1, 1] #solution
```

[ ]:
```
al.printEq(A,b)
isSol=[al.SolOfEq(alpha, A+b,1)]
```

1.0.5 EXEMPLE 2

Dans cet exercice nous nous familiarisonns avec les systèmes d'équations. La partie ci-dessous vous demande de rentrer un système d'équation.

Soit

$$S = \begin{cases} a_{11}x_1 & +a_{12}x_2 & + & \cdots & +a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & +a_{22}x_2 & + & \cdots & +a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \vdots & & & & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1}x_1 & +a_{m2}x_2 & + & \cdots & +a_{mn}x_n & = & b_m \end{cases},$$

On utilise *la syntaxe suivante pour entrer les coefficients du système*

$$\begin{array}{rl} A = & [\quad [a_{11}, a_{12}, \ldots, a_{1n}], \quad [a_{21}, a_{22}, \ldots, a_{2n}] \quad, \ldots, \quad [a_{m1}, a_{m2}, \ldots, a_{mn}] \quad] \\ b = & [\quad b_1, b_2, \ldots, b_m \quad] \end{array}$$

Essayer d'entrer le système d'équations ci-dessous

$$\begin{cases} x_1 & - & 3x_2 & = 4 \\ -x_1 & + & 4x_2 & = 5 \end{cases}$$

[ ]:
```
al.bgc('seashell')

#Par défaut, les valeurs sont fixées à 1

A = [ [1, 1], [1, 1]]
b=[1, 1]
alpha = [1, 1] #solution
```

[ ]:
```
al.printSyst(A,b)
```

[1]:
```
al.SolOfSyst(alpha, A,b)
```

```
␣
↪------------------------------------------------------------------------
```

```
    NameError                                 Traceback (most recent call
↪last)

    <ipython-input-1-157a1e131bcb> in <module>
----> 1 al.SolOfSyst(alpha, A,b)


    NameError: name 'al' is not defined
```

1.0.6 EXERCICE 2

Entrer le système suivant et donner une solution du système.

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 & = -5 \\ -\dfrac{1}{3}x_1 + x_3 & = 2 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 & = 0 \end{cases}$$

Vous pouvez aussi adapter le code à l'équation de votre choix.

[ ]:
```
al.bgc('seashell')
#Par défaut, les valeurs sont fixées à 1

A = [[1,1,1], [1,1,1], [1,1,1]]
b =[1,1,1]
alpha =[1,1,1] #solution
```

[ ]:
```
al.printSyst(A,b)
al.SolOfSyst(alpha, A,b)
```

Passez au notebook du chapitre 1.2: Nombre de solutions d'un système